
Plan du chapitre 5 : LES RACINES CARREES

I. Définition de la racine carrée d'un nombre réel	47
II. Propriétés et opérations	47
III. Rendre rationnel un dénominateur	48
IV. Exercices d'application	48
Exercices	49

Chap.5 : LES RACINES CARREES

I. Définition de la racine carrée d'un nombre réel

On appelle "racine carrée d'un nombre a positif", le nombre b positif dont le carré donne a .

On note : $\sqrt{a} = b$

Le symbole $\sqrt{\quad}$ s'appelle le **radical** et a se nomme le **radicande**.

Exemples :

- ✓ $\sqrt{16} = 4$
- ✓ $\sqrt{144} = 12$
- ✓ $\sqrt{-25}$ n'existe pas.

Remarque:

❖ Le nombre b n'est pas toujours un nombre entier.

$$\sqrt{2} = 1,414 \dots \quad \sqrt{3} = 1,732 \dots$$

Exercice :

Effectuer les calculs suivants :

a. $\sqrt{25} + 4 - 10$

b. $2\sqrt{3} + 7 - 9\sqrt{3}$

c. $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

II. Propriétés et opérations

Soit a et b deux nombres réels positifs.

1. Additions et soustractions

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$$

Exemples : $\sqrt{4} \pm \sqrt{9} \neq \sqrt{4 \pm 9}$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

2. Multiplications et divisions

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (\text{avec } b \text{ non nul})$$

Exemples

$$\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{3 \times 7}{5 \times 10}} = \sqrt{\frac{21}{50}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2 \times 15}{5 \times 8}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 5}{5 \times 2 \times 4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. Puissances paires

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n \quad (n \text{ un nombre réel})$$

Exemples :

$$\checkmark \sqrt{15^4} = 15^2$$

$$\checkmark \sqrt{3^9} = \sqrt{3^8 \times 3} = 3^4 \sqrt{3} = 81\sqrt{3}$$

III. Rendre rationnel un dénominateur

- Exemple 1 :

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

- Exemple 2 :

$$\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})} = \frac{3\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{2 - 5} = \frac{3\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{-3} = -\sqrt{2} + \sqrt{5}$$

IV. Exercices d'application

1. Calculer les produits suivants :

$$\text{a. } \sqrt{3} \times \sqrt{12}, \quad \text{b. } \sqrt{2} \times \sqrt{72} \quad \text{c. } \sqrt{125} \times \sqrt{\frac{1}{5}}$$

2. Effectuer les calculs suivants :

$$\text{a. } (12 - \sqrt{3})(12 + \sqrt{3}), \quad \text{b. } (4 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{2})$$

3. Rendre entier le dénominateur des fractions suivantes :

$$\text{a. } \frac{12 - \sqrt{3}}{12 + \sqrt{3}}, \quad \text{b. } \frac{5}{\sqrt{8}}, \quad \text{c. } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

EXERCICES

Exercice 1

Écrire sans radical et sans calculatrice :

a. $\sqrt{9}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{49}$; $\sqrt{81}$

b. $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{6400}}$; $\sqrt{3600}$; $\sqrt{1600}$; $\sqrt{4900}$;
 $\sqrt{8100}$

c. $\sqrt{0.01}$; $\sqrt{0,04}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0.064}$; $\sqrt{0,09}$

d. $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}}$; $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{18}}$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$; $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{25}}$; $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{144}}$

Exercice 2

Calculer le carré de chacun des nombres suivants :

a. $\sqrt{4}$; $-\sqrt{6}$; $\sqrt{7}$; $4\sqrt{5}$; $-2\sqrt{3}$

b. $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}}$; $-\frac{2\sqrt{4}}{\sqrt{8}}$; $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\frac{-3\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$

Exercice 3

Donner la bonne Réponse

	A	B	C
$\sqrt{16} =$	-4	4	n'existe pas
$-\sqrt{25} =$	-5	5	n'existe pas
$\sqrt{-100} =$	10	-10	n'existe pas
$\sqrt{(-5)^2} =$	-5	5	n'existe pas

Exercice 4

Effectuer les différents calculs proposés et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

a. $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{50}$

b. $\sqrt{2,5} \times \sqrt{10}$; $\sqrt{10} \times \sqrt{1000}$;
 $\sqrt{0,81} \times \sqrt{100}$

c. $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{12}$; $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}} \times \sqrt{63}$;
 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \times \sqrt{35}$

d. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$; $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$; $\sqrt{125} \times \sqrt{5}$;
 $\frac{\sqrt{0,9}}{\sqrt{10}}$; $\frac{\sqrt{6,4}}{\sqrt{0,1}}$

Exercice 5

Remplacer les pointillés par l'expression convenable **carré** ou **racine carrée** :

- a.
- 36 est de 6 ou de -6.
7 est de $\sqrt{7}$ ou de $-\sqrt{7}$.
11 a pour 121.
121 a pour 11.
 $-\sqrt{7}$ a pour 7.
7 est 49.

- b.
- 16 est le carré de ou de
4 a pour carré
9 est le carré de ou de
 $-\sqrt{3}$ a pour carré
81 a pour racine carrée
9 est la racine carrée de

Exercice 6

Écrire sans radical les nombres suivants :

$\sqrt{7^2} =$
 $3\sqrt{81} =$
 $(\sqrt{5})^2 =$
 $(3\sqrt{2})^2 =$
 $(-\sqrt{3})^2 =$

$$(-\sqrt{5})^4 =$$

$$\sqrt{(-2)^6} =$$

Exercice 7

Développer les produits suivants et simplifier les si possible :

a.

$$(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3) =$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 =$$

b.

$$(\sqrt{8} + \sqrt{2})^2 =$$

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 =$$

Exercice 8

Calculer :

a.

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} + \sqrt{25} =$$

$$\sqrt{64 + 36} =$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} =$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{0,02} =$$

b.

$$\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} \times 5\sqrt{7} =$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{27} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{7}} \times \sqrt{63} =$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{2} \times \sqrt{21} \times \sqrt{36} =$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{14} \times \sqrt{18} \times \sqrt{7} =$$

Exercice 9

a. Rappeler le théorème de Pythagore.

b. Soit un triangle isocèle ABC rectangle en B tel que AB = 5 cm. Calculer la longueur de son hypoténuse.

c. Soit ABC un rectangle en B tel que AB = 4 cm. et BC=3 cm. Calculer la longueur du côté AC.

Exercice 10

a. Montrer que :

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

b.

Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$\sqrt{75}; \sqrt{15}; \sqrt{50}; \sqrt{150}$$

Exercice 11

Calculer les expressions suivantes:

a.

$$A = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

$$B = 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{14} \times \sqrt{7}$$

$$C = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$D = 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{72}$$

$$F = \sqrt{75} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12}$$

b.

$$A = \sqrt{3} \times \sqrt{12}$$

$$B = \sqrt{2} \times \sqrt{0,02}$$

$$C = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$$

$$D = \sqrt{3} \times \sqrt{27}$$

$$E = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}} \times \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{7}}$$

$$F = \sqrt{9} + \sqrt{4} + \sqrt{25}$$

$$G = \sqrt{64 + 36}$$

Exercice 12

Développer et simplifier les produits suivants :

$$A = (\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)$$

$$B = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$$

$$C = (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2$$

$$D = (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2$$

$$E = (\sqrt{2} - 5)(\sqrt{2} + 5)$$

$$F = (2\sqrt{3} + 1)^2$$