Plan du chapitre 4 : LES PUISSANCES

Chap.4 : LES PUISSANCES

I. Définitions et vocabulaire

Quand on prend un nombre réel a et on le multiplie n fois (n nombre entier) par lui même, on obtient ce qu'on appelle la puissance nième, qui se note :

$$a \times a \times a \times \ldots \times a = a^n .$$

On dit aussi que le nombre **a est élevé à la puissance n** ou **a exposant n**.

Exemples :

- $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$.
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$.
- $-5 \times -5 \times -5 = (-5)^3$.

Remarques:

1. Lorsque l'exposant n =2 on dit on a **un carré : a^2** et quand n =3 on dit **qu'on a un cube : a^3.**

2. **Si a= 10,** on dit qu'on a **des puissances de 10.**

Exemple : $10 \times 10 \times 10 = 10^3$.

II. Propriétés et opérations

Soit m et n deux nombres entiers et a un nombre réels.

1. Multiplication de puissances

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Exemple : $2^3 \times 2^4 = 2^7$

$(a^m)^n = a^{mn}$ et $(ab)^n = a^n b^n$

Exemples : $(2^3)^4 = 2^{12}$ et $(2\times3)^2 = 2^2\times3^2$

2. Rapport de puissances

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \qquad \text{(avec a ici non nul)}$$

Exemple : $\frac{5^6}{5^8} = 5^{6-8} = 5^{-2}$

❖ Cas particuliers importants :

1° m = n

$$\frac{a^m}{a^m} = a^0 = 1$$

2° m = 0 et n quelconque

$$\frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

3° m = 0 et n =1

$$\frac{a^0}{a^1} = \frac{1}{a} = a^{-1}$$

III. Ecriture scientifique d'un nombre

L'écriture scientifique d'un nombre se fait en utilisant les puissances de 10. Le nombre est écrit sous la forme : $\mathbf{a10^m}$, avec **a** un nombre réel tel que $\mathbf{1} \leq \boldsymbol{a} < 10$ et **m** un entier relatif.

1. Ecriture scientifique d'un nombre entier

Exemple :

25000 = 25 x 1000 = 2,5 10^4.

2. Ecriture scientifique d'un nombre décimal

Exemple :

$$0,025 = \frac{25}{1000} = \frac{2,5x10}{10^3} = 2,5\ 10^{-2}.$$

IV. Exercices d'application

1. Quelle est l'écriture scientifique de 0,0236 ?

2. Quel est le carré et le cube de 0,01 ? Que constatez-vous ?

3. Donner l'écriture fractionnaire et scientifique du nombre décimal 27,18.

4. Un cercle de diamètre d= 3cm. Calculer son aire en mètre carré .

5. Un cube d'arrête a = 2 cm . Calculer son volume en mètre cube.

6. Ecrire 2018 en puissance de 10 (base décimale).

EXERCICES

Exercice 1

Trouver les nombres négatifs parmi :

3^7 ; $(-3)^{17}$; $(-3)^{12}$; -3^9 ; -3^{12}

Exercice 2

Calculer et exprimer les résultats en notation scientifique :

A= 1800 x 30 000
B= 2000 x 0,000263
C= 0,0025 x 0,00015
D = $\frac{150000}{0{,}003}$

Exercice 3

Donner les résultats des calculs suivants sous la forme la plus simple :

A= $\frac{-16\ 10^4}{0{,}002}$
B= $\frac{3\ 10^3}{2\ 10^5}$
C= $\frac{3\ 10^3 + 2\ 10^2}{25 10^5}$

Exercice 4

Calculer A × B et $\frac{A}{B}$ dans les différents cas suivants :

1. A = $7{,}8 \times 10^9$ et B = $2{,}6 \times 10^6$.

2. A = $3{,}8 \times 10^3$ et B = $5{,}1 \times 10^{-5}$.

3. A = $9{,}25 \times 10^{-7}$ et B = $1{,}2 \times 10^{-2}$.

Exercice 5

Ecrire les nombres sous la forme d'une seule puissance.

1. $2^4 \times 2^6$
2. $(-2)^3 \times (-2)^7$
3. $a^{11} \times a^8$
4. $\frac{4^4 \times 4^{12}}{4^5 \times 4^{15}}$
5. $\left(-\frac{3}{5}\right)^6 \times \left(-\frac{10}{3}\right)^6$
6. $(3^7)^3$
7. $6^4 \times (-7)^4$

Exercice 6

Montrer que :

1. $81^4 = 9^8$

2. $32^{12} = 2^{60}$.

Exercice 7

Sachant que a= $-\frac{3}{4}$, b= $\frac{1}{3}$ et c= $\frac{-4}{3}$.
Calculer $a^3 b^{-5}$, $c^4 a^3$, $(b + c)^3$, $a^{-2} (b + c)^2$ et $\frac{a^3}{(b+c)^2}$.

Exercice 8

Remplacer chaque symbole par l'entier naturel qui convient :

$3^{25} = 3^8 \times 3^{¤}$
$(2{,}5)^{¤} \times (2{,}5)^3 = (2{,}5)^7$

Exercice 9

Sachant que a × b × c = 1, montrer que les égalités suivantes sont vraies :

$a^3 \times b \times c = a^2$;
$a^2 \times b^3 \times c^2 = b$;
$a^3 b^3 c^4 = c$.

Exercice 10

Retrouver à droite chaque expression de gauche :

$(a^3)^2 \times a$	(a^8)
$a^15 \times a \times a^{-6}$	(a^7)
$(a \times a^3)^2$	(a^6)
$a^{-2} \times a^{12} \times a^{-4}$	(a^{10})