Plan du chapitre 8 :
LES FORCES

I. Qu'est ce qu'une force ?
II. La loi fondamentale de la dynamique
III. Mouvement d'un projectile soumis à son poids
IV. Mouvement circulaire uniforme - la tension centripète.
V. Mouvement d'une masse m sur un plan incliné
Exercices

Chap. 8 : LES FORCES

I. Qu'est ce qu'une force ?

La notion de la force est fortement liée au mouvement d'un corps ou à son inertie.

- Nous pouvons définir la force, notée $\vec{F}$, comme *une grandeur qui produit ou modifie le mouvement d'un corps de masse m donnée*.

D'un point de vue mathématique, la force est définie comme un vecteur. Elle est donc caractérisée par quatre propriétés :

1. Son point d'application.
2. Son sens.
3. Sa direction - son support.
4. Son intensité ou module.

L'intensité de la force se mesure en **Newton** - symbole **N**, du nom du physicien-mathématicien anglais **Isaac Newton** (1642-1727).

NB : **1 N = 1 kg m/ s^2**

Exemples de forces :

- Forces de contact : frottement d'une roue de voiture sur le sol.
- Forces à distance : interactions induites par un champ électromagnétique.
- Forces attractives et répulsives : interactions coulombiennes - particules chargées.
- La force de la pesanteur ou de gravité : le poids d'un corps de masse m.

II. La loi fondamentale de la dynamique.

D'une façon générale, le mouvement d'un corps de masse m est décrit par la loi fondamentale de la dynamique qui stipule que :

La somme de toutes les forces extérieures qui s'appliquent sur un corps de masse m est donnée par le produit de sa masse m et de son accélération $\vec{a}$, soit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a} \qquad (1)$$

En absence de forces extérieures sur un corps de masse m : $\sum \vec{F}_{ext} = 0$ est équivalent à $\mathbf{m\,\vec{a} = 0}$.

On obtient - le principe dit d'inertie équivaut à deux situations :

1. si le corps est initialement au repos alors il restera indéfiniment au repos.
2. si le corps est initialement en mouvement alors il sera forcément en mouvement rectiligne uniforme.

Les référentiels utilisés ou le principe d'inertie est applicable sont nommés référentiels galiléens.

Exemples :
- Le référentiel terrestre.
- Le référentiel du laboratoire.
- Le référentiel de Copernic.

Il est aussi important de noter ici que la relation fondamentale de la dynamique n'est valable que dans des référentiels galiléens.

Notons que tout référentiel qui se meut à vitesse constante est un référentiel galiléen.

Remarque :

Malgré la grande variété des forces que l'on peut rencontrer dans la nature, tous les phénomènes connus actuellement peuvent être expliqués à l'aide de quatre forces dites fondamentales :

La gravitation, qui explique la pesanteur ou le poids d'un corps, le mouvement des marées ou les trajectoires des planètes ou des étoiles, etc.

L'interaction électromagnétique, qui permet d'expliquer l'électricité, le magnétisme, la lumière, les réactions chimiques , la biologie ou quasiment tous les phénomènes de la vie courante.

L'interaction forte, qui explique la cohésion des noyaux atomiques (donc l'existence de la matière que nous connaissons),

L'interaction faible, qui permet d'expliquer une certaine forme de radioactivité et permet au soleil de briller.

Dans ce chapitre nous allons nous intéressés particulièrement à l'application de la RFD à quelques exemples simples de mouvements d'un corps de masse m dans un référentiel galiléen.

III. Mouvement d'un projectile soumis à son poids

On lance un projectile de masse ponctuelle m de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ faisons un angle α avec l'axe des abscisses OX - Figure 1-

On se propose d'étudier la nature du mouvement du projectile en utilisant la relation fondamentale de la dynamique dans le référentiel du laboratoire (O ,OX , OY) et d'en déduire l'équation de sa trajectoire.

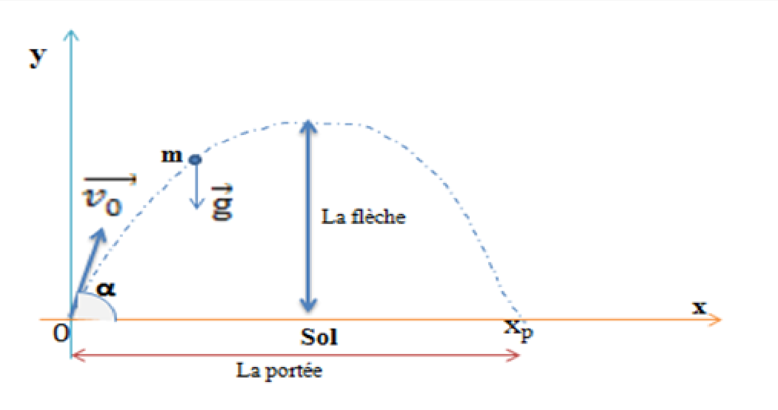


Figure 1 : mouvement d'un projectile dans le champ de la pesanteur terrestre.

Nous supposons ici le projectile de masse m est soumis au champs de gravité terrestre noté $\vec{g}$ supposé uniforme et la résistance de l'air négligeable.

A l'instant t=0, la masse m se trouve à l'origine O du repère.

Réponse :

Le projectile ici est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$: la force de la pesanteur. Soit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\,\vec{a} = m\vec{g}$$

On déduit :

$$\vec{a} = \vec{g} = \text{constante}$$

Dans ce cas, les coordonnées du vecteur accélération dans le référentiel du laboratoire (O, OX, OY) sont :

$$\vec{a}\left(a_x = 0\,;\ a_y = -g\right)$$

On déduit dans ce cas que le mouvement suivant la direction OX est rectiligne uniforme et suivant la direction OY un mouvement uniformément varié.

Les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ sont :

$$\vec{v}\left(v_x = v_0 \cos\alpha\ ;\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha\right)$$

Les coordonnées spatiales de la masse ponctuelle m dans le référentiel (O ,X ,Y) s'écrivent en fonction du temps t :

$$x = v_0(\cos\ \alpha)\ t\ ; \quad y = -\frac{g}{2}t^2 + v_0(\sin\alpha)t$$

En éliminant le temps t entre ces équations paramétriques du mouvement, on obtient l'équation de la trajectoire du projectile m. Soit :

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{\cos^2(\alpha)v_0^2}\ x^2 + \tan(\alpha)\ x$$

On voit que la masse m du projectile suit une trajectoire parabolique.

Exercice d'application :

1. Montrer que le projectile m atteint son point culminant en un temps donnée par :

$$t = \frac{v_0\sin(\alpha)}{g}.$$

2. Montrer que les coordonnées du point culminant nommé la flèche de cette parabole sont données par :

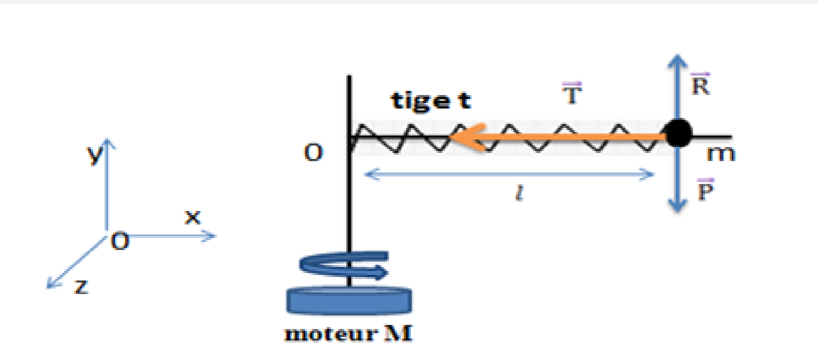
$$x_m = \frac{v_0^2\ sin\ (\alpha)cos(\alpha)}{g} \quad ; \quad y_m = \frac{v_0^2\ sin^2\ \alpha}{2g}.$$

3. En déduire de ce qui précède la portée x_p. Qu'elle est la valeur de l'angle α pour que cette portée devienne maximale ?

4. Que devient dans ce dernier cas l'équation de la trajectoire de la masse m. Représenter sa courbe en fonction de x.

IV. Mouvement circulaire uniforme - la tension centripète.

On considère une tige t horizontale fixée à l'arbre d'un moteur M - Figure 2 -
Une masse creuse m peut glisser le long de la tige t. Un ressort de raideur k relie la masse m à l'arbre. L'ensemble est mis en mouvement de rotation à l'aide d'un moteur M. La masse m effectue un mouvement circulaire uniforme de rayon l et de vitesse linéaire v dans la plan (OX, OZ).



- Figure 2 -

1. Ecrire la relation fondamentale de dynamique du mouvement et en déduire la tension T du ressort et la réaction R exercée par la tige sur la masse m - voir figure 2 -

Réponse :

Nous étudions ce montage dans le référentiel du laboratoire (O,X,Y,Z).

Dans ce référentiel, la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$$

Notons que cette équation est une écriture vectorielle. Pour déterminer les forces demandées, R et T, on doit effectuer les projections des vecteurs de cette équation sur les différents axes du mouvement, ici les axes OX et OY. Soit :

Sur l'axe OX, on a : $-T + 0 + 0 = -ma_x = -ma_n$ avec $a_n = \frac{v^2}{l}$

Sur l'axe OY, on a : $0 - P + R = m\,a_y = 0$

Rappelons que dans le cas d'un mouvement circulaire, l'accélération $\vec{a}$ est donnée par :

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} a_t = a_z = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = a_x = \frac{v^2}{l} \end{cases}$$

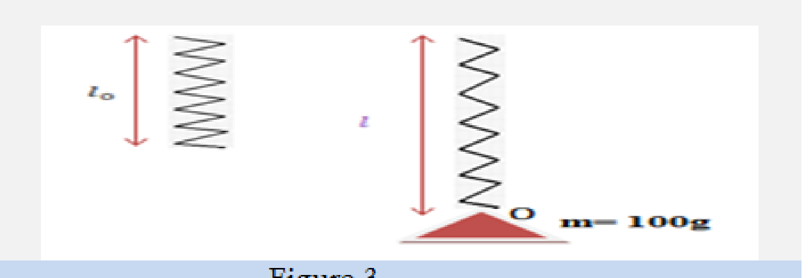
Le vecteur accélération est ici centripète, c'est à dire dirigé le long de l'axe OX vers O.

On déduit que :

$$R = P = mg \qquad \text{et} \qquad T = m\,\frac{v^2}{l}$$

Exercice : étude d'une position d'équilibre

Dans le montage de la Figure 3, on considère un ressort de raideur k et de longueur initiale l_0 auquel est suspendu au point O une masse m = 100 g.



- Figure 3 -

L'intensité de la gravité $\vec{g}$ est supposée égale 10 m/ s^2.

1. Décrire le phénomène observé et représenter toutes les forces qui s'appliquent sur la masse m.

2. On suppose que la tension T est proportionnelle à l'élongation $\Delta l = l - l_0$ du ressort. Le coefficient de proportionnalité est la raideur k du ressort.
En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, en déduire l'élongation Δl en fonction de k.

3. Représenter cette fonction $\Delta l = f(k)$. Conclure.

V. Mouvement d'une masse m sur un plan incliné

On étudie le déplacement d'une masse ponctuelle m sur un plan incliné faisant un angle α par rapport à un plan horizontal - Figure 4 - On suppose que les forces de frottements sont négligeables.

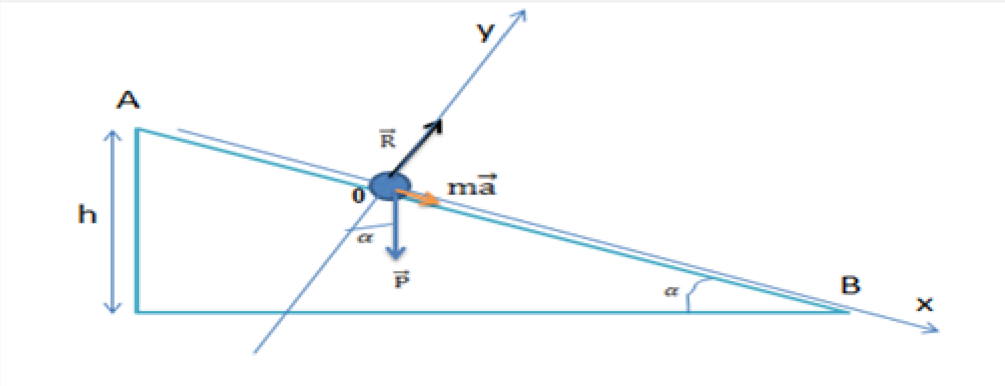


Figure 4 : mouvement d'une masse m sur un plan incliné

1. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, on se propose de déterminer l'accélération $\vec{a}$ à laquelle est soumise la masse m en fonction de l'angle α et $\vec{g}$ et la réaction $\vec{R}$ du plan.
Généralement, l'étude expérimentale de l'accélération a en fonction de α permet de mesurer l'intensité de la gravité terrestre $\vec{g}$.

2. Dans le cas ou l'angle $\alpha = \frac{\pi}{2}$., quelle sera la nature de ce mouvement ?

3. A l'instant t=0 , on suppose que la masse m est située à une hauteur h du sol. Elle est lâchée du point A correspondant à x =0 avec une vitesse initiale $v_0 = 0$.
Quelle est la durée Δt du trajet AB effectué par la masse m ?

Réponse :

Nous étudions ce mouvement dans le référentiel du laboratoire (O,X,Y).

1. Dans ce référentiel, la relation fondamentale de la dynamique donne :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$$

La résultante des forces extérieures donne ici par construction le vecteur $m\vec{a}$ le long de l'axe OX.

Les projections de ces forces sur les deux axes OX et OY donnent :

$$\begin{cases} (\text{axe OX}) : & P \sin\alpha + 0 = m\,a \\ (\text{axe OY}) : & -P\cos\alpha + R = 0 \end{cases}$$

On déduit que :

$$R = p\cos\alpha = mg\cos\alpha \qquad \text{et} \qquad a = g\sin\alpha$$

Notons ici que l'accélération $\vec{a}$ ne dépend que de l'angle α. Le mouvement le long de l'axe OX est un mouvement uniformément varié d'équation horaire :

$$x = \frac{g\sin\alpha}{2} t^2 + v_0\, t + x_0$$

2. Dans le cas ou l'angle $\alpha = \frac{\pi}{2}$, l'accélération devient égale à g . On obtient un mouvement de chute libre.

3. Au point A à l'instant t=0, on a : x =0 et $v_0 = 0$.
L'équation horaire du mouvement devient :

$$x = \frac{g\sin\alpha}{2} t^2$$

Au point B, le trajet AB parcouru par la masse m est donné par : $x = AB = \frac{h}{\sin\alpha}$.
On déduit que la durée Δt du trajet AB est :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}\ \frac{1}{\sin\alpha}}$$

EXERCICES

Exercice 1 :

On remplace le ressort de la figure 3 citée précédemment dans ce chapitre par un fil. On suppose que la masse m se trouve à une hauteur h= 1m du sol.

1. Refaire le schéma de cette expérience en mettant en évidences toutes les forces mises en jeu.
2. En utilisant la loi fondamentale de la dynamique, calculer la tension du fil.
3. A l'instant t=0, on coupe le fil. Décrire la nature du mouvement.
4. Exprimer l'équation horaire du mouvement h=f(t).
5. A quelle instant la masse atteindra-elle le sol ? Quelle est sa vitesse ?

Exercice 2 :

Une voiture roule sur une autoroute à la vitesse de 120 km/h. Le conducteur freine brutalement et s'arrête en 10 s. Le passager de masse m égale à 75 kg retenu par sa ceinture de sécurité a l'impression d'être projeté vers l'avant. On néglige les forces de frottements entre le siège et le passager.

1. Déterminer dans le référentiel terrestre, les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ du véhicule.
2. Calculer la valeur de la tension exercée par la ceinture de sécurité.
3. Refaire l'analyse dans le référentiel de la voiture et interpréter l'impression du passager.

Exercice 3 :

Dans un repère terrestre un canon lance un obus de masse m=30 g à la vitesse initiale $v_0 = 600\, m/s$ faisant un angle α = 45° avec l'axe horizontal. On suppose négligeable la résistance de l'air et l'intensité de la gravité g est égale à 10 m/s^2.

1 Décrire le mouvement de l'obus par un schéma et représenter toutes les forces extérieures mises en jeu.

2. Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération, vitesse et position.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire de l'obus.
4. A quelles instant et vitesse l'obus atteint-il le sommet de sa trajectoire ?
5. L'obus atteindra t-il cette cible située à 32 km du canon ? Justifier votre réponse.
6. Si votre réponse à la question 5 est non, expliquer que doit-on faire pour atteindre la cible.